

## Mathematik (Hauptfach und Beifach)

Die Studienabsolventinnen und -absolventen verfügen über vernetzte Kompetenzen in Fachwissenschaft, Fachdidaktik und Schulpraxis. Fundiertes Wissen und Können in den genannten Bereichen der ersten Phase der Lehrerbildung sind die Basis für die zweite Phase an den Staatlichen Seminaren sowie für die anschließende Phase der Berufsausübung, in der die erworbenen Kompetenzen im Sinne des lebenslangen Lernens kontinuierlich weiterentwickelt werden. Der schulische Unterricht erfordert es, die erworbenen Kompetenzen schülerbezogen einzusetzen.

### 1

#### Kompetenzen

#### Die Studienabsolventen und -absolventinnen

##### 1.1

verfügen über fachwissenschaftlich fundierte mathematikbezogene Reflexions- und Kommunikationskompetenzen, d. h. sie

##### 1.1.1

besitzen ein solides mathematisches Fachwissen, das zur Promotionsfähigkeit qualifiziert (Letzteres nur bei Studium als HF),

##### 1.1.2

kennen die mathematischen Begriffe und Konstruktionen, die hinter der Schulmathematik stehen und können diese analysieren und vom höheren Standpunkt aus rechtfertigen,

##### 1.1.3

können mathematische Gebiete durch Angabe treibender Fragestellungen strukturieren, durch Querverbindungen vernetzen und Bezüge zur Schulmathematik herstellen,

##### 1.1.4

können mathematische Sachverhalte adäquat mündlich und schriftlich darstellen und sich selbstständig mathematische Inhalte aneignen,

##### 1.1.5

besitzen die Fähigkeit zu schlüssiger Argumentation und exakter Beweisführung und sind in der Lage, auf Einwände einzugehen,

##### 1.1.6

können Argumentationsketten auf ihre Stichhaltigkeit überprüfen, Fehler oder Lücken in verständlicher Weise offen legen und Hilfestellung bei der Korrektur und Präzisierung geben,

##### 1.1.7

kennen Praxisfelder der Mathematik und können außermathematische Fragestellungen modellieren, angemessene mathematische Methoden zur Behandlung von Modellen finden und anwenden sowie die Lösung verständlich vermitteln,

##### 1.1.8

können auf Grund ihrer mathematischen Allgemeinbildung wesentliche mathematische Bezüge im Alltag, in öffentlichen Texten und in der Alltagssprache benennen, verstehen und erklären,

##### 1.2

verfügen über fachdidaktische Basiskompetenzen, d. h. sie

##### 1.2.1

kennen die Grundlagen des Mathematiklernens in den Sekundarstufen sowie wichtige fachdidaktische Prinzipien und Unterrichtskonzepte und können diese auf zentrale Inhalte des Mathematikunterrichts anwenden,

##### 1.2.2

kennen wesentliche Grundvorstellungen und Zugangsweisen für zentrale Inhalte des Mathematikunterrichts,

##### 1.2.3

verfügen über die Fähigkeit zur kritischen Lektüre fachdidaktischer Publikationen und können die Erkenntnisse bei der Unterrichtsplanung umsetzen,

##### 1.2.4

verfügen über Grunderfahrungen, mathematische Inhalte schüler- und zugleich fachgerecht als Lernsequenzen beziehungsweise -modulen zu organisieren, zu gestalten und ihre Entscheidungen zu vertreten.

### 2

#### Verbindliche Studieninhalte

##### 2.1

##### Analysis

##### 2.1.1

Beweismethoden: Vollständige Induktion, indirekter Beweis

### 2.1.2

Grenzwertbegriff: Folgen, Reihen, Stetigkeit

### 2.1.3

reelle und komplexe Zahlen

### 2.1.4

Differentiation und Integration, Extremwertprobleme

### 2.1.5

Potenzreihen, rationale Funktionen, Partialbruchzerlegung

### 2.1.6

elementare Funktionen, insbesondere Exponentialfunktion, Logarithmus, trigonometrische Funktionen

### 2.1.7

Topologie des  $\mathbb{R}^n$  (HF)

### 2.1.8

Differentialrechnung in mehreren Veränderlichen (HF)

### 2.1.9

Potenzreihenentwicklung, Taylorformel (HF)

### 2.1.10

Satz über implizite Funktionen, Kurven und Flächen (HF)

### 2.1.11

Mehrfachintegrale (HF)

Differentialgleichungen:

### 2.1.12

Elementare Differentialgleichungen

### 2.1.13

lineare Differentialgleichungen

### 2.1.14

Existenz- und Eindeutigkeit der Lösungen (HF) Funktionentheorie:

### 2.1.15

reelle und komplexe Differenzierbarkeit (HF)

### 2.1.16

Cauchyscher Integralsatz und Integralformel (HF)

### 2.1.17

Potenzreihenentwicklung, Fundamentalsatz der Algebra (HF)

### 2.1.18

Eigenschaften holomorpher Funktionen (HF)

### 2.1.19

Residuensatz, Berechnung von speziellen reellen Integralen (HF)

## 2.2

Lineare Algebra

### 2.2.1

Grundbegriffe der Algebra und Mengenlehre

### 2.2.2

Vektorräume und lineare Abbildungen

### 2.2.3

Matrizen, Matrixdarstellung linearer Abbildungen

### 2.2.4

Determinanten, Permutationen

### 2.2.5

lineare Gleichungssysteme, Gauß-Algorithmus

### 2.2.6

Euklidische Vektorräume, Längen- und Winkelmessung

### 2.2.7

geometrische Abbildungen

### 2.2.8

Eigenwerte und Eigenvektoren, Normalformen von Endomorphismen (HF)

### 2.2.9

lineare Ungleichungen, konvexe Polyeder, lineare Optimierung (HF)

## 2.3

Algebra und Zahlentheorie

### 2.3.1

Aufbau des Zahlensystems

### 2.3.2

Teilbarkeit, Euklidischer Algorithmus, Primzahlen und Primfaktorzerlegung

2.3.3

elementare Resultate zur Primzahlverteilung

2.3.4

Rechnen mit Restklassen

2.3.5

Bedeutung der Zahlentheorie in der Kryptographie

2.3.6

Gruppen, Gruppenwirkungen, Symmetrie

2.3.7

Körpertheorie und Konstruktionen mit Zirkel und Lineal (HF)

2.3.8

endliche Körper (HF)

2.3.9

Polynomringe und Theorie der Lösung algebraischer Gleichungen in einer Veränderlichen (HF)

2.4

Geometrie

2.4.1

Grundlagen der affinen, euklidischen und projektiven Geometrie

2.4.2

Parallel- und Zentralprojektion

2.4.3

Einblicke in eine nichteuklidische Geometrie

2.4.4

Isometriegruppen euklidischer Räume, Platonische Körper

2.4.5

Eulersche Polyederformel, Eulerzahl

2.4.6

Geometrie der Kegelschnitte

2.5

Numerik

2.5.1

Rechnerarithmetik, Fehleranalyse (HF)

2.5.2

iterative Verfahren (HF)

2.5.3

Interpolation, numerische Integration (HF)

2.5.4

lineare Ausgleichsprobleme (HF)

2.6

Stochastik

2.6.1

Wahrscheinlichkeitsraum und Wahrscheinlichkeitsmaße

2.6.2

elementare Kombinatorik und diskrete Wahrscheinlichkeitsräume

2.6.3

bedingte Wahrscheinlichkeit, stochastische Unabhängigkeit

2.6.4

wichtige diskrete und stetige Modelle

2.6.5

Zufallsvariable, Verteilung, Erwartungswert, Varianz

2.6.6

Konvergenzbegriffe in der Wahrscheinlichkeitstheorie (HF)

2.6.7

Gesetze großer Zahlen, zentraler Grenzwertsatz (HF)

2.6.8

Einführung in Fragestellung und Methoden der Statistik (HF)

2.6.9

Testverfahren (HF)

## 2.7

### Grundlagen der Fachdidaktik

Die Studieninhalte orientieren sich an den Inhalten und Erfordernissen des Schulpraxissemesters und legen ausgewählte theoretische und praktische Grundlagen für die zweite Phase der Lehrerbildung an Seminar und Schule.

#### 2.7.1

ausgewählte Inhalte der Didaktik der Sekundarstufe I aus den Gebieten Zahlbereiche, Algebra, Geometrie und Stochastik

#### 2.7.2

ausgewählte Inhalte der Didaktik der Sekundarstufe II aus den Gebieten Analysis, Lineare Algebra mit Analytischer Geometrie und Stochastik (HF)

#### 2.7.3

Grundlagen des Mathematiklernens unter Einbezug fachspezifischer Medien, insbesondere Software zur Dynamischen Geometrie und zur Stochastik sowie Computer-Algebra-Systeme

#### 2.7.4

Vernetzung von Teilbereichen der Schulmathematik untereinander und mit der Fachwissenschaft

## 3

### Durchführung der Prüfung

Es erfolgt eine abschließende fachwissenschaftliche mündliche Prüfung. Zwei Drittel der Prüfungszeit entfallen auf die Prüfung von Schwerpunkten (vertieftes Wissen und Können), ein Drittel der Prüfungszeit entfällt auf die Prüfung von Grundlagen- und Überblickswissen gemäß Kompetenzen und Studieninhalten (fundiertes Wissen und Können); die Fachdidaktik ist nicht Gegenstand dieser Prüfung. Der Vorsitzende ist für die Einhaltung der zeitlichen Vorgaben verantwortlich.

#### Hauptfach

Die mündliche Prüfung dauert etwa 60 Minuten. Die Bewerber wählen in Abstimmung mit ihren Prüfern drei Schwerpunktgebiete aus drei verschiedenen der nachfolgenden fünf Teilbereiche der Mathematik:

1. Analysis
2. Geometrie
3. Algebra oder Zahlentheorie
4. Numerische Mathematik
5. Stochastik.

Mathematik-geschichtliche Aspekte werden nach Möglichkeit in den Prüfungsverlauf einbezogen. Auf die gewählten Schwerpunktgebiete entfallen insgesamt 40 Minuten Prüfungszeit, weitere 20 Minuten entfallen auf die Prüfung von Grundlagen- und Überblickswissen.

#### Beifach

Die mündliche Prüfung dauert etwa 45 Minuten. Die Bewerber wählen in Abstimmung mit ihren Prüfern zwei Schwerpunktgebiete aus zwei verschiedenen der nachfolgenden vier Teilbereiche der Mathematik:

1. Analysis
2. Geometrie
3. Algebra oder Zahlentheorie
4. Stochastik.

Mathematik-geschichtliche Aspekte werden nach Möglichkeit in den Prüfungsverlauf einbezogen. Auf die gewählten Schwerpunktgebiete entfallen insgesamt 30 Minuten Prüfungszeit, weitere 15 Minuten entfallen auf die Prüfung von Grundlagen- und Überblickswissen.