

## Differenzierungsstunde Mathematik Klasse 10

Typ: Zwei Wege Konzept zur Erarbeitung eines Themas –  
Didaktischer Kommentar

### Zwei Wege Konzept - Grundsätze

- Es findet eine **äußere Differenzierung** nach Leistungsstärke in zwei Gruppen statt.
- Die **SuS entscheiden**, in welche der beiden Gruppen sie gehen möchten, die Lehrperson hat aber ein Vetorecht.
- **Beide Gruppen** bearbeiten **dasselbe** Initialbeispiel, die leistungstärkere Gruppe eher **selbständig**, die leistungsschwächere Gruppe eher **gelenkt**.
- In der leistungstärkeren Gruppe ist es in der Regel möglich, das vorliegende **Thema** zu **vertiefen**. Z.B. könnten die SuS selbständig
  - auf geeignete Impulse hin **weitergehende Fragestellungen** für den Unterrichtsfortgang erkennen
  - Verbindungen zu **anderen Themengebieten** herstellen

Dabei soll die leistungstärkere Gruppe in der Differenzierungs-Stunde im Unterrichtsstoff nicht voranschreiten, also in der Regel nicht weiterkommen als die andere Gruppe.

- In der leistungsschwächeren Gruppe sind aufgrund der engeren Führung **Aufholvorgänge** möglich.
- Tipp: Werden die beiden Gruppen von zwei Kollegen geleitet, dann empfiehlt sich bei der Verständigung im Vorfeld eine Orientierung an folgenden Punkten:
  1. die inhaltlichen Voraussetzungen
  2. die Initialaufgabe
  3. die zugehörige Leitfrage
  4. die Struktur des angestrebten Lösungswegs, hierbei universelle Erarbeitungsstrategien nutzen (z.B. Tabelle mit Beispielen → Formel; Selektion aus einer Beispielsammlung → neuer Begriff)
  5. mögliche Vertiefungen für die leistungstärkere Gruppe
  6. die zu bearbeitenden Übungsaufgaben (Buch) und die Hausaufgaben (Buch)
  7. die verwendeten Medien (Tafel, Folie, AB, ...)
  8. den „Clou“ der Stunde
  9. den angestrebten Kompetenzzuwachs der SuS

## Differenzierungsstunde Mathematik Klasse 10

Zwei Wege Konzept zur Erarbeitung eines Themas -  
Beispiel: Die Vektorgleichung einer Geraden

**1. Zwei Wege Konzept am Beispiel „Vektorgleichung einer Geraden“**

- **Teil I: Lösung der Initialaufgabe und Verallgemeinerung zur Vektorgleichung einer Geraden**

Gemeinsamer Start im Plenum mit der Präsentation der Initialaufgabe ( Aufgabe 1)

Gruppe 1 (gelenkt vom Lehrer): zunächst selbstständige Lösung von Aufgabe 1, ggf. individuelle Unterstützung einzelner SuS durch den Lehrer; Besprechung von Aufgabe 1 und anschließende Verallgemeinerung im fragend-gelenkten Verfahren (Tafelanschrieb). Beispiele zum Aufstellen von Geradengleichungen.

Gruppe 2 (selbstständig; angeleitet durch AB): Lösung der Initialaufgabe und anschließend selbstständige Erarbeitung der Verallgemeinerung anhand eines Info-Textes und mithilfe von Aufgabe 2.

- **Teil II: Vertiefung des Konzepts der Vektorgleichung einer Geraden**

Gruppe 1: Lehrer stellt Fragen zur Vertiefung und Kontrolle:

- Könnt ihr die Koordinaten von weitere Punkte angeben, die auf dieser Geraden liegen (nicht liegen)?
- Liegt der Punkt P(...) auf g? (→ Verfahren der Punktprobe erarbeiten)
- Behauptung: Die Gerade g lässt sich auf verschiedene Weise durch eine Vektorgleichung beschreiben.
- ...

Gruppe 2: Lösung der Aufgaben 3 und 4 (Nichteindeutigkeit der Vektorgleichung; Punktprobe). Für besonders leistungsstarke SuS: Aufgabe 5 (Vernetzung des neuen Themas Vektorgleichung mit der bereits bekannten Koordinatengleichung für Geraden in der Ebene)

- **Teil III: Übungsphase mit Aufgaben aus dem Schulbuch**

Differenzierung über Umfang der **Basisaufgaben** (Geradengleichungen aufstellen; Punktproben) und Aufgaben aus dem **Additum** (Kollinearität von 3 (4) Punkten prüfen; verschiedene Vektorgleichungen von einer Geraden?)

Selbstständiger Lösungsvergleich der SuS (Lösungsblatt).

- **ggf. Teil IV: Integrationsphase**

Plenum mit beiden Gruppen: Besprechung von Übungsaufgaben, bei denen die SuS Schwierigkeiten hatten; Rückblick / Ausblick auf das Programm nächsten Stunden: Welche Fragen im Zusammenhang mit der Darstellung von Geraden im Raum können wir bereits beantworten, welche noch nicht?

Zwei Wege Konzept zur Erarbeitung –  
Beispiel: Die Vektorgleichung einer Geraden

## Arbeitsblatt für die Schülerinnen und Schüler

Thema: \_\_\_\_\_

### Aufgabe1 :

Ein Boot fährt geradlinig mit konstanter Geschwindigkeit. Es befindet sich um 12:00 Uhr im Punkt  $P(3|5)$ , eine Stunde später im Punkt  $P_1(5|4)$ .

Wo befindet sich das Schiff a) 2 Stunden

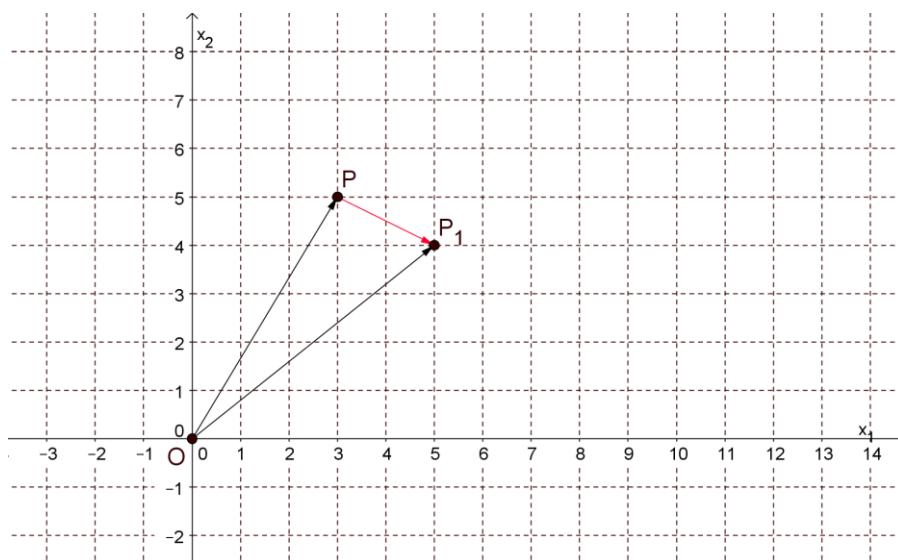
b) 3,5 Stunden

c) -1 Stunde

d) t Stunden nach 12.00 Uhr?

Zeichne und fülle die Tabelle aus.

### Zeichnung:



**Tabelle:**

Uhrzeit:	Anzahl der Stunden nach 12:00 Uhr:	Linearkombination:	Ortsvektor der Position
12:00 Uhr	0	$\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$	P $\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$
13:00 Uhr	1	$\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$	P <sub>1</sub>
14:00 Uhr	2		P <sub>2</sub>
15:30 Uhr			
11:00 Uhr			
	t		

**INFO zu Aufgabe 1:**

Alle Positionen des Schiffes sind Punkte auf einer Geraden g (→ Trage diese in die Zeichnung ein). Umgekehrt stellt jeder Punkt auf der Geraden eine mögliche Schiffsposition dar (vorausgesetzt das Schiff ist nur lange genug unterwegs).

Ist  $\vec{x}$  der Ortsvektor zu einem beliebigen Punkt X der Geraden g, dann kann dieser beschrieben werden durch folgende Gleichung:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

**Verallgemeinerung von Aufgabe 1:**

Diesen Sachverhalt können wir verallgemeinern und auf jede Gerade nicht nur in der Ebene, sondern auch im Raum übertragen:

Satz: Ist  $\vec{x}$  der Ortsvektor zu einem beliebigen Punkt X einer Geraden g, dann lässt sich dieser beschreiben durch eine Gleichung der Form

$$\vec{x} = \vec{p} + t \cdot \vec{u} \quad (t \in \mathbb{R})$$

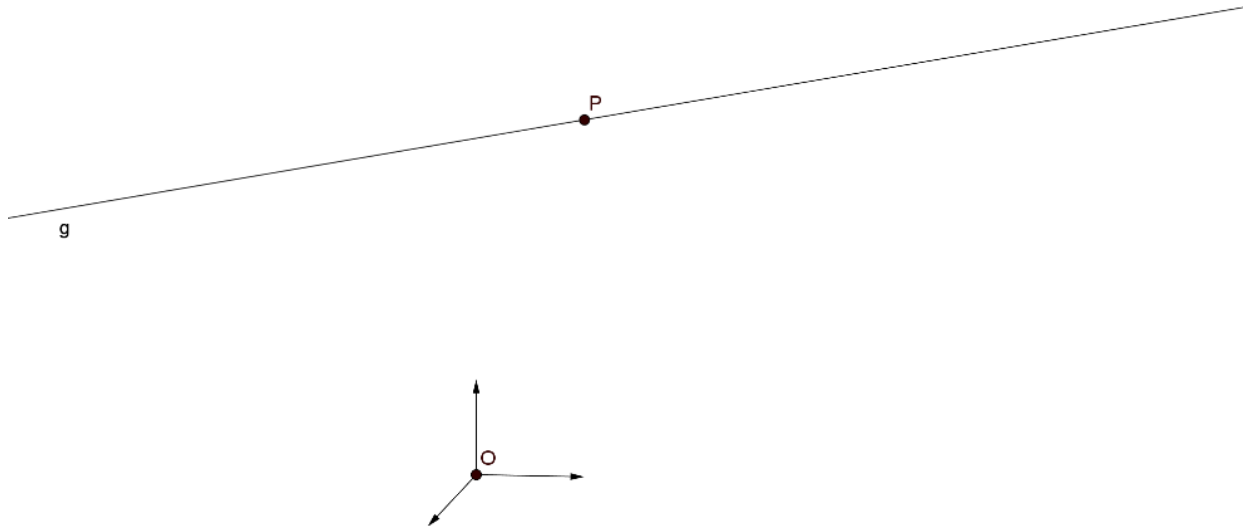
Umgekehrt gehört zu jedem Parameter  $t \in \mathbb{R}$  ein Punkt auf der Geraden g.

Diese Gleichung heißt **Parametergleichung einer Geraden g** mit **Stützvektor**  $\vec{p}$  und **Richtungsvektor**  $\vec{u}$ .

**Aufgabe 2:**

Trage den Stützvektor  $\vec{p}$ , den Richtungsvektor  $\vec{u}$  und den Ortsvektor  $\vec{x}$  zu einem beliebigen Geradenpunkt X in folgender Skizze ein.

Ergänze eine Überschrift auf diesem Arbeitsblatt.



---

**Weiterarbeit im Heft:****Aufgabe 3: Eine Gerade – viele Gleichungen**

Eine Gerade  $g$  lässt sich durch unendlich viele verschiedene Parametergleichungen darstellen.

Erkläre diesen Sachverhalt an konkreten Beispielen und an geeigneten Skizzen.

**Aufgabe 4: Liegt der Punkt Q auf der Geraden h?**

Wähle einen Punkt Q und eine Parametergleichung einer Geraden h und überlege, wie man rechnerisch untersuchen kann, ob der Punkt Q auf h liegt.

**Aufgabe 5: Geraden in der Ebene – zwei Formen der Geradengleichung**

Du kennst bereits eine andere Form der Geradengleichung für Geraden in der Ebene (x/y-Koordinatensystem):

Jede Gerade der Ebene kann durch eine Gleichung der Form  $y = mx + b$  mit dem y-Achsenabschnitt  $b$  und der Steigung  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$  dargestellt werden (Koordinatengleichung einer Geraden in der Ebene).

Wie kann man aus dieser Koordinatengleichung die Parametergleichung herleiten und umgekehrt?

- a) Bestimme zum Beispiel von Aufgabe 1 die Koordinatengleichung und überlege dir, wie man von dieser Koordinatengleichung wieder zurückfinden kann zur Parametergleichung.
  - b) Beschreibe ein Verfahren wie man von einer Gleichung der Form  $y = mx + b$  zu einer Gleichung der Form  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \vec{p} + t\vec{u}$  umwandeln kann und umgekehrt.
- 

### Übungen:

- Geradengleichung aufstellen bei zwei gegebenen Geradenpunkten und weitere Punkte angeben, die auf der Geraden liegen bzw. nicht liegen.
- Punktprobe durchführen
- Prüfen, ob drei Punkte auf einer Geraden liegen.
- Prüfen, ob verschiedene gegebene Parametergleichungen dieselbe Gerade darstellen.

Spurpunkte mit den Koordinatenebenen berechnen und die Geraden mithilfe der Spurpunkte darstellen.